



POWER QUALITY

# 고주파 노이즈가 파고울 및 역률에 미치는 영향

에드워드 프라이어  
웨버 주립대학교수  
엔바이런멘탈 포텐셜사  
연구개발 이사

Copyright 2005  
All rights reserved

Environmental Potentials  
Power Quality for the Digital Age  
[www.ep2000.com](http://www.ep2000.com) 800.500.7436  
대한민국 판매원 (주)도일코리아 (02) 514-3501



고주파 노이즈가 파고율  
및 역률에 미치는 영향

CREST FACTOR, POWER FACTOR  
AND  
WAVEFORM DISTORTION



### 고주파 노이즈가 파고율 및 역률에 미치는 영향

전압의 파고율(crest factor)은 피크전압을 유효전압(rms)으로 나눈 값이다. 따라서 왜곡이 없는 정상 정현파의 경우 파고율은  $\sqrt{2}=1.41$ 이다. 파고율이 1.41 보다 낮은 파형은 위가 평평한 모양의 전압 파형이 되고 1.41 보다 높으면 뾰족한 모양의 파형이 된다.

전압이나 전류에 있어 전고조파왜율(THD)은 그의 전 유효치를 기본 유효치로 나눈 값이다. 전류 왜곡의 경우 다음의 등식이 성립한다:

$$\text{Total harmonic distortion (THD)}=IH/IF$$

여기서 IH: 왜곡전류  
IF: 기본전류

전압 왜곡의 경우는  $\text{THD}=\text{EH}/\text{EF}$  이다.

여기서 EH: 왜곡전압  
EF: 기본전압

왜곡이 없는 정상 정현파에서는 THD는 전압, 전류 공히 0이다.

정현파 전압과 전류에서 역률의 개념은 부하와 관련한 유효전력, 무효전력, 피상전력에 관한 것이다. 부하는 물론 저항과 리액턴스로 구성되어 있으며 전압과 전류간에 상 변위를 가져오는 직접적 원인이다.

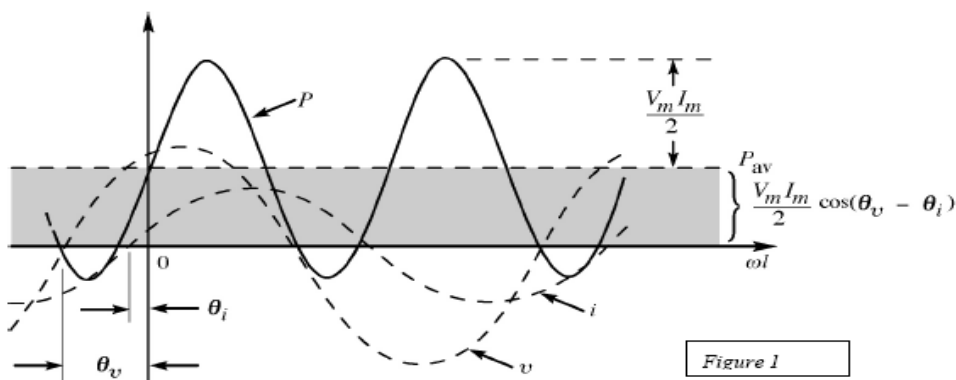


그림 1

이 개념을 위 그림에 표시한다. 정현파 계통에서는 어느 부하나 부하 전후의 전압과 부하를 흐르는 전류는 정현파의 성질로 변한다. 일반적인 경우는,

$$V = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

여기서  $\omega$ : 각속도             $t$ : 시간  
 $\theta_v$ : 전압 변위각         $\theta_i$ : 전류 변위각

그러면 전력은

$$P = VI = V_m I_m \sin(\omega t + \theta_v) \sin(\omega t + \theta_i)$$

삼각함수에서

$$\sin A \sin B = [\cos(A-B) - \cos(A+B)]/2$$

V와 I의 곱 P는 다음과 같이 고정값 부분과 시간에 따라 값이 변하는 부분으로 나뉘어 표시된다.

$$P = \frac{[(V_m I_m / 2) \cos(\theta_v - \theta_i)]}{\text{고정}} - \frac{[(V_m I_m / 2) \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]}{\text{시간함수}}$$

위의 그림은 V와 I, P를 축을 함께 하여 표시한 것이다.

위 등식에서 두번째 항은  $V_m I_m / 2$ 의 cosine 파형이며 전압 또는 전류 사이클의 2배임에 유의하자. 이 항의 평균 값은 한 사이클이 되면 0이 되며 어느 한 방향으로도 에너지를 보내지 않는다.

첫째 항은 그러나, 시간에 관계없이 일정한 크기를 가지며 에너지의 크기를 표시한다. 이것이 그림에서 표시된 **평균전력**이다. 이것을 **유효전력**(real power)라고도 하며 부하에 전달 되어 없어진 전력이다. 이것은 직류회로에서 계산되는 전력 값에 해당하는 것이다.  $(\theta_v - \theta_i)$ 의 각도 차는  $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ 이므로 전압과 전류의 위상차이다. 평균전력치의 전달된 값은 V가 I를 앞서든지 I가 V를 앞서든지 관계 없다.  $\theta$ 를  $\theta_v$ 와  $\theta_i$ 의 차이라고 하면,

$$P = (V_m I_m / 2) \cos \theta$$

여기서 V와 I의 유효치를 각각  $V_{eff}$ ,  $I_{eff}$ 로 하면,

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

순전히 저항으로만 되어있는 회로라면 V와 I의 위상이 같고  $|\theta_v - \theta_i| = 0^\circ = \theta$ ,  $\cos 0^\circ = 1$  이므로,

$$P = (V_m I_m)/2 = V_{eff} I_{eff}$$

$I_{eff} = V_{eff}/R$  이므로,

$$P = (V_{eff})^2/R = (I_{eff})^2 R$$

그러나 순전히 유도회로로만 되어 있는 경우에는 인덕터(L)을 통한 전압강하는  $V=L(di/dt)$ 이다. 유도전압은 주파수의 함수이며  $V$ 는  $I$ 를  $90^\circ$  앞서 가니,

$$\theta_v - \theta_i = \theta = (-90^\circ) = 90^\circ$$

$$\text{그러므로 } V = (V_{eff} I_{eff}) \cos 90^\circ = (V_{eff} I_{eff})(0) = 0 \text{ watts}$$

평균(유효)전력 또는 이상적인 인덕터에 의하여 없어진 전력은 (저항이 없을 때) 0 watts 이다. 순수한 용량성 회로에서  $I_c$ 는  $I_c = C(dv/dt)$ 로 주어진다. 이 경우  $I$ 가  $V$ 를  $90^\circ$  앞서 감으로  $\theta_v - \theta_i = \theta = (-90^\circ) = 90^\circ$  그러므로 앞에서 본 바와 같이,

$$P = (V_{eff} I_{eff}) \cos(90^\circ) = 0 \text{ watts}$$

평균(유효)전력 또는 이상적인 커패시터에 의하여 없어진 전력은 (저항이 없을 때) 0 watts 이다.  $P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$ 의 등식에서 전달된 전력 수준에 영향력을 줄 요소는  $\cos \theta$ 이다. 전압과 전류가 아무리 크더라도  $\cos \theta = 0$  이면 전력은 0이다. 만일  $\cos \theta = 1$  이면, 전력은 최대가 된다.

이런 연유로  $\cos \theta$ 를 역률(Power Factor)이라 한다.

부하가 저항과 리액티브 요소의 조합이면, 역률은 0과 1의 사이에서 변한다. 부하의 전류가 전압을 앞서면 그 부하는 진상 역률을 가진다. 전류가 그 부하의 전압보다 뒤지면 그 부하는 지상 역률을 가진다.

저항과 리액턴스가 있는 회로에서, 전류와 전압의 곱은 피상전력이며, 이를  $S$ 라 할 때,

$$S = VI \text{ voltamperes(VA)}$$

그리고 저항, 커패시턴스 및 인덕턴스의 리액턴스가 혼합된 때에는 임피던스  $Z$ 는  $Z=R+/-jX$ , 여기서  $jX$ 는 다음 그림에서 보인 순리액턴스이다.

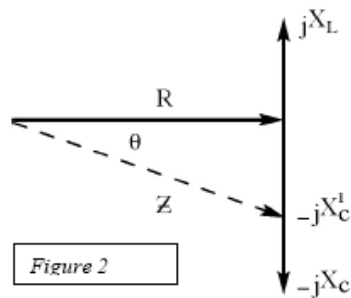


그림2

임피던스 Z는

$$Z = R - jX_{net}$$

여기서

$$X_{net} = -jX_c$$

Z는  $Z = \sqrt{R^2 - X^2}$ 로도 표현된다.

Z를 사용하면,

$$\begin{aligned} V &= IZ, & I &= V/Z. \\ S &= I^2Z(VA), & S &= (V^2/Z)(VA) \end{aligned}$$

앞에서 본대로, 부하에 전달된 평균전력은  $P = V_{eff}I_{eff}\cos\theta$ 이다. 그러나  $S = VI$ 에서  $P = S\cos\theta$ . 따라서 전력 계통에서의 역률은  $\cos\theta = P/S$ 로 주어진다. 그리고 이것은 피상전력 대 평균(유효)전력의 비율임을 안다.

이미 확인된 바와 같이 이상적인 순수 인덕터 또는 커패시터를 흐르는 전주기의 전력은 영이다. 방출되는 에너지도 없다. 어느 순간에 있어서나 인덕터 또는 커패시터를 통해 흡수 반전 되는 에너지를 무효전력(reactive power)이라 한다. 이를 Q로 표시한다. 90°지상 또는 진상임으로,

$$Q = VI\sin\theta \text{ (volt-ampere reactive, VAR)}$$



유효(평균)전력, 피상전력, 무효전력, 이 세가지는 전력 삼각형의 관계로 다음과 같이 표시된다.

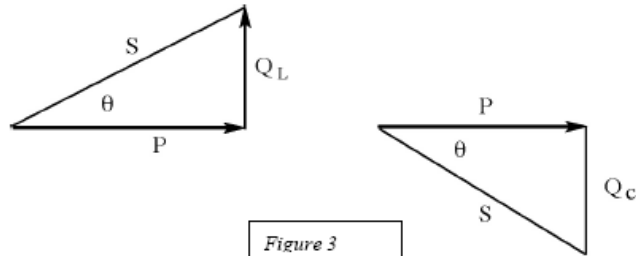


Figure 3

그림3

무효 전력과 유효(평균)전력은 항상 90°만큼 다르므로 피타고라스 정리에 의하여

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

실제 저항과 리액턴스가 산재되어 있는 실 전력계통에 VI 볼트 암페어가 걸리면 저항을 언제나  $V\cos\theta$ 와트의 에너지를 흡수 방출 한다. 그러나 계통에 산재한 리액턴스는  $V\sin\theta$ vars의 에너지를 저장하며 그 만큼의 에너지원 (소스)이 된다. 그리하여 아주 효과적으로 리액티브 부하는 실제로 발전기가 되어 무효 전력 Q는 전력계통 안에서 맴돌다가 산재하는 저항에 의거 소진 되거나 최종적으로 전력계통에 회귀 잔류한다.

고정값인 P에 관련된 등식으로 되돌아가 보자.

$$P_f = V_{eff}I_{eff}\cos(\theta_v - \theta_i),$$

그리고 시간에 따라 변하는 P의 값은:

$$P_{tv} = V_{eff}I_{eff}\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i),$$

여기서 완성된 식에서 P의 값은 주파수에 민감하다. 실제 산업현장에서 전압과 전류의 값은 왜곡 되어 있다. 왜곡은 변압기 코아의 자력조화에 의하여 발생할 수도 있고 사이리스터의 스위칭 작용 및 접촉식 스위치나 기타 비선형 부하에 의하여 발생한다 할 수 있다. 왜곡 파형의 모양은 기본파와 그의 고조파, 그리고 계통내의 수 많은 파의 공진파로 생성되는 무작위적 고주파 노이즈로 구성 된다.

그러므로, 위 등식에서 보인 시간함수로 된 전력은  $\cos(2\omega t)$ 에 의존하는 복잡한 값이 된다. 이 사실에 입각하여 볼 때, 전력효율의 의미는

왜곡전압과 전류가 언제 발생하느냐에 까지 확대 해서 검토하여야 한다. 그래서 변위역률 Displacement Power Factor (DPF)과 종합역률 Total Power Factor (TPF)을 구별 사용 한다.

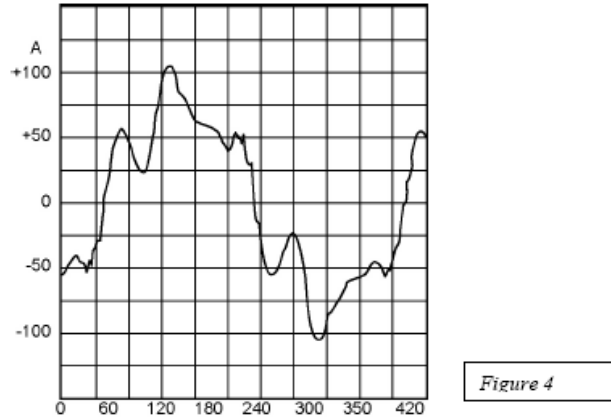


그림4

DPF의 보기

위 그림은 유효전류치 62.5A의 60Hz파가 왜곡된 모양이다. 이를 잘 보면 기본파(60Hz) : 59A; 5차 고조파 : 15.6A; 7차 고조파 : 10.3A임을 안다. 더 높은 고차고조파도 있으나 값은 총 8.66A로서 크지 않다.

파형은 주파수에만 의존하는 것이 아니고 고조파의 크기에도 의존하며, 또한 기본파에 대한 각도 차에 따라서도 달라진다. 위 전류파에서 모든 고조파의 유효치(rms)는 다음과 같이 계산된다:

$$I_H = \sqrt{I^2 - I_F^2} = \sqrt{(62.5^2 - 59^2)} = 20.6A$$

전고조파왜율(THD)는

$$THD = I_H / I_F = 20.6 / 59 = 0.349 = 34.9\%$$

회로의 총 유효전류의 값은

$$\begin{aligned} I_T &= \sqrt{\{(I_{60})^2 + (I_5)^2 + (I_7)^2 + (I_H)^2\}} \\ &= \sqrt{(59^2 + 15.6^2 + 10.3^2 + 8.66^2)} = 62.5A \\ I_H &= \sqrt{\{(I_T^2) - (I_{60})^2\}} = 20.62A \end{aligned}$$

고주파 성분을 포함한 피상 전력 E = (62.5)VA  
 고주파 성분을 포함한 무효 전력 E = (20.62)VAR  
 이 경우 20.6/62.5의 유효상당 위상각 = 19.24°

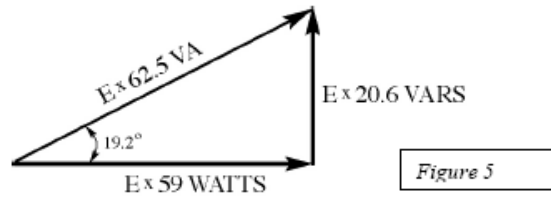


그림 5

따라서 평균 즉 유효전력은

$$P = E(62.5)\cos 19.24^\circ = E(59)\text{watts}$$

역률은 고주파 만의 영향으로 94.4%가 된다.

다른 한편, 위와 같이 고주파 성분이 있는 계통은 기본 60Hz 주파수의 역률에 대하여 선형 리액티브 부하에 흐른 정현파 전압 및 전류로부터 기인되는 무효전력의 크기에 좌우되는 요소도 있다.

예를 들면 이런 의미의 역률이 98%인 경우를 보자 정현파를 접어두고 고조파 및 고주파 성분만 있는 파형을 보면, 무효전력의 크기가 위에 보인 바와 같이 증가하며 변위역률(DPF)이 관여됨을 알 수 있다.

한 회로에서 고조파와 고주파 노이즈가 어떻게 반응하는 가를 아는 것은 대단히 중요하다. 저항 인덕턴스, 커패시턴스, 변압기, 정류기 등으로 구성된 선형회로에서는 여러 고조파, 고주파 노이즈 관련 기기가 서로 독립적으로 작동한다. 복수의 공진파가 계통에 생기고 그 결과 광범위한 노이즈 스펙트럼이 나타난다. 그러나 이것도 푸리에(Fourier) 스펙트럼 분석으로 알 수 있으며 스펙트럼 선이 여러 개가 나오지만 거의 하나의 연속곡선으로 귀합한다.

고주파 노이즈 관련의 산업 역률 관리 논제의 한 예로서 다음을 고찰해보자:

디지털 컨트롤 시스템, 변속드라이브, 기타 커패시터 투입 부하장치들의 도래로 전력선은 커패시터를 후속 장착한 정류기를 포함하는 것이 많아졌다. 이 정류기는 본질적으로 아래 그림에서 보는 바와 같이 매 반 사이클 마다 커패시터를 충전시키는 동작을 한다:

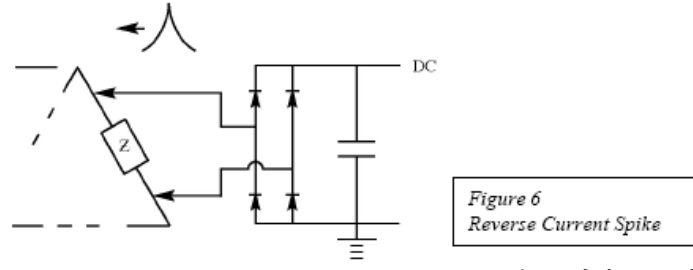


Figure 6  
Reverse Current Spike

그림 6 역전류 스파이크

그러나 커패시터 양쪽에 전압이 걸릴 때 대형 역전류 스파이크가 정류기를 통해 기존 전력에 가해진다. 상선에 가해지는 전류치의 변화 또는 전압치의 변화는 전체 계통회로에 파문을 일으킨다.

이 전로 스파이크는 선을 따라 계통으로 들어가 폐 회로를 순환 한다. 이 스파이크는 상대적으로 높은 대역의(즉 고주파 노이즈)파형 이므로 산재한 인덕턴스, 선 사이의 커패시턴스 및 계통 내 다른 고정기기 어느 것이나 공진을 일으킨다. 이로써 고주파 링잉(ringing)이 생기고 무시할 수 없는 전기 노이즈가 초래되는 것이다.

전원측으로부터 이 커패시터와 정류기가 연결된 전력선을 보면 매 반 사이클 마다 반복되는 전류는 전압 전 위상에 걸쳐 본질적으로 무효전력의 크기를 증가시킨다. 이것은 계통의 피상전력의 증가를 일으켜 전원측 입장에서는 이를 역률의 감소로 본다.

아래 그림에서 고주파 성분의 전류가 기본파에 비하여 상대적으로 높음을 알 수 있다.

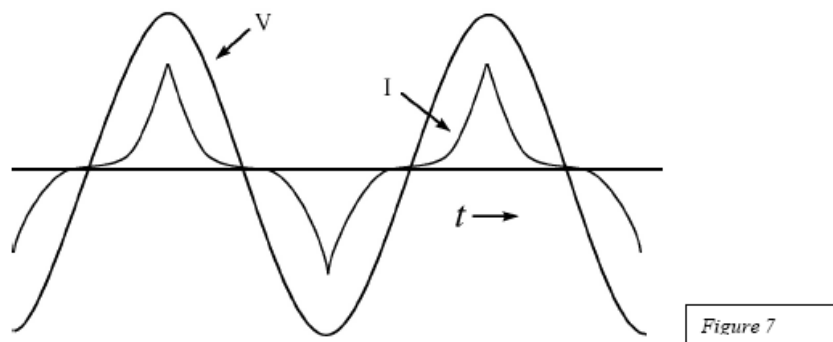


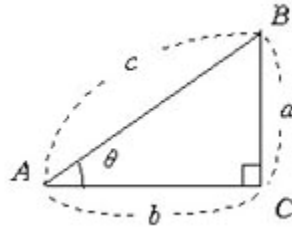
Figure 7

그림 7

전류 스파이크의 첨예한 부분을 둔화시킴으로써 실효 역률을 개선할 수 있다. 따라서 이들 비정상 요소들을 여과흡수 하는 것이 가장 중요하다.

# 참 고

## 삼각함수



$$\sin A = \frac{a}{c}, \quad \cos A = \frac{b}{c}, \quad \tan A = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}, \quad \sec A = \frac{c}{b}, \quad \cot A = \frac{b}{a}$$

그림 1) 사인곡선

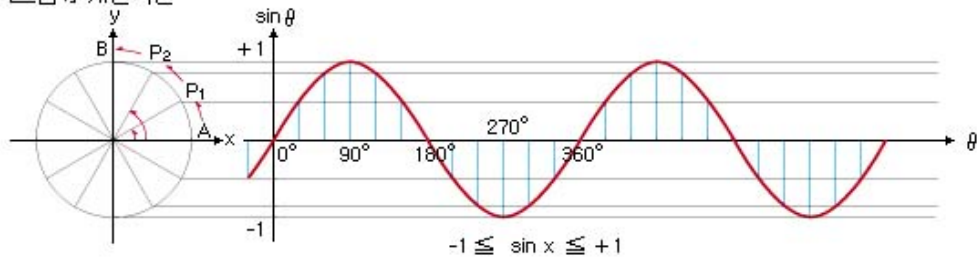


그림 2) 코사인곡선

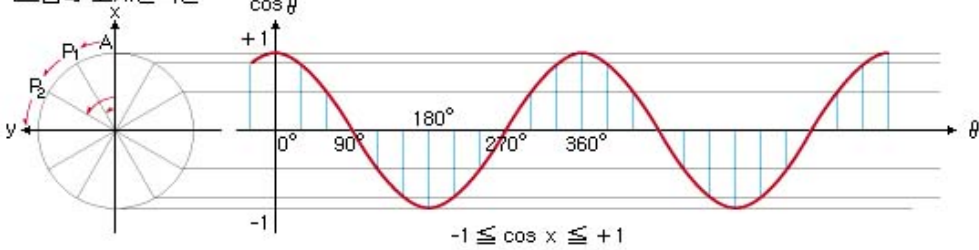
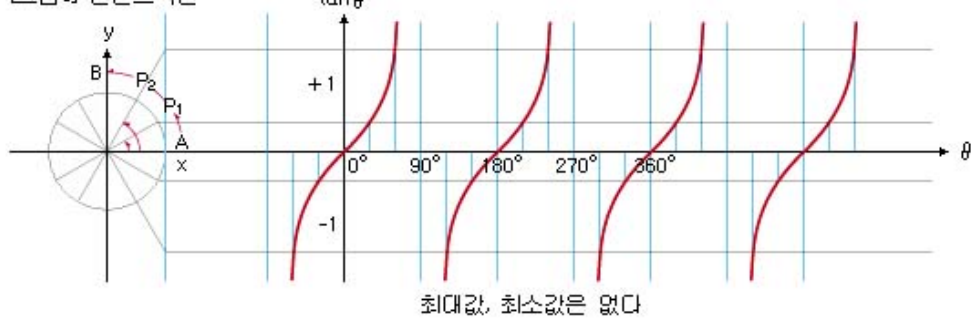


그림 3) 탄젠트곡선



### 삼각함수 공식

도와 라디안의 관계	$1 \text{ radian} = 180^\circ/\pi = 57.2957$
	$1^\circ = \pi/180 \text{ radian} = 0.01745$
삼각함수 간의 관계	$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$
	$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\cos A}{\sin A}$
	$\sec A = \frac{1}{\cos A}$
	$\csc A = \frac{1}{\sin A}$
	$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
	$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$
	$\csc^2 A - \cot^2 A = 1$
음각 함수	$\sin(-A) = -\sin A$
	$\cos(-A) = \cos A$
	$\tan(-A) = -\tan A$
	$\csc(-A) = -\csc A$
	$\cot(-A) = -\cot A$
덧셈 공식	$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
	$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
	$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$
	$\cot(A \pm B) = \frac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$
이배각 공식	$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
	$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2 \sin^2 A = 2 \cos^2 A - 1$
	$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$
절반각 공식	$\sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} \left[ \begin{array}{l} + \text{ if } A/2 \text{ is in quadrant I or II} \\ - \text{ if } A/2 \text{ is in quadrant III or IV} \end{array} \right]$
	$\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}} \left[ \begin{array}{l} + \text{ if } A/2 \text{ is in quadrant I or IV} \\ - \text{ if } A/2 \text{ is in quadrant II or III} \end{array} \right]$
	$\tan \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} \left[ \begin{array}{l} + \text{ if } A/2 \text{ is in quadrant I or III} \\ - \text{ if } A/2 \text{ is in quadrant II or IV} \end{array} \right]$
다배각 공식	$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$
	$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$
	$\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$
	$\sin 4A = 4 \sin A \cos A - 8 \sin^3 A \cos A$

	$\cos 4A = 8 \cos^4 A - 8 \cos^2 A + 1$ $\tan 4A = \frac{4 \tan A - 4 \tan^3 A}{1 - 6 \tan^2 A + \tan^4 A}$ $\sin 5A = 5 \sin A - 20 \sin^3 A + 16 \sin^5 A$ $\cos 5A = 16 \cos^5 A - 20 \cos^3 A + 5 \cos A$ $\tan 5A = \frac{\tan^5 A - 10 \tan^3 A + 5 \tan A}{1 - 10 \tan^2 A + 5 \tan^4 A}$
삼각함수의 べき급수	$\sin^2 A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2A$ $\cos^2 A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2A$ $\sin^3 A = \frac{3}{4} \sin A - \frac{1}{4} \sin 3A$ $\cos^3 A = \frac{3}{4} \cos A + \frac{1}{4} \cos 3A$ $\sin^4 A = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2A + \frac{1}{8} \cos 4A$ $\cos^4 A = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2A + \frac{1}{8} \cos 4A$ $\sin^5 A = \frac{5}{8} \sin A - \frac{5}{16} \sin 3A + \frac{1}{16} \sin 5A$ $\cos^5 A = \frac{5}{8} \cos A + \frac{5}{16} \cos 3A + \frac{1}{16} \cos 5A$
삼각함수의 합, 차, 곱	$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2}(A-B)$ $\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2}(A-B)$ $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2}(A-B)$ $\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B)$ $\sin A \sin B = \frac{1}{2} \{ \cos (A-B) - \cos (A+B) \}$ $\cos A \cos B = \frac{1}{2} \{ \cos (A-B) + \cos (A+B) \}$ $\sin A \cos B = \frac{1}{2} \{ \sin (A-B) + \sin (A+B) \}$
역삼각함수 간의 관계	$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ $\sec^{-1} x + \csc^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ $\csc^{-1} x = \sin^{-1}(1/x)$ $\sec^{-1} x = \cos^{-1}(1/x)$

$\cot^{-1}x = \tan^{-1}(1/x)$
$\cot^{-1}x = \tan^{-1}(1/x)$
$\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}x$
$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}x$
$\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1}x$
$\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1}x$
$\sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1}x$
$\csc^{-1}(-x) = -\csc^{-1}x$





# CREST FACTOR, POWER FACTOR, AND WAVEFORM DISTORTION

An Environmental Potentials White Paper

By  
Professor Edward Price

Director of Research and Development  
Environmental Potentials

Copyright 2005  
All rights reserved

**Environmental Potentials**

*Power Quality for the Digital Age*

[www.ep2000.com](http://www.ep2000.com) 800.500.7436



## CREST FACTOR, POWER FACTOR, AND WAVEFORM DISTORTION

By definition, the crest factor of a voltage is equal to the peak value divided by the effective (rms) value. In the case of a sinusoidal voltage (which evidently has no distortion) the crest factor is  $\sqrt{2} = 1.41$ . A wave having a crest factor less than 1.4 tends to be flat-topped. On the other hand, a crest factor greater than 1.4 indicates a voltage that tends to be pointy.

By definition, the total harmonic distortion (THD) of current or voltage is equal to the effective value of all the harmonics divided by the effective value of the fundamental. In the case of distorted current, the equation is:

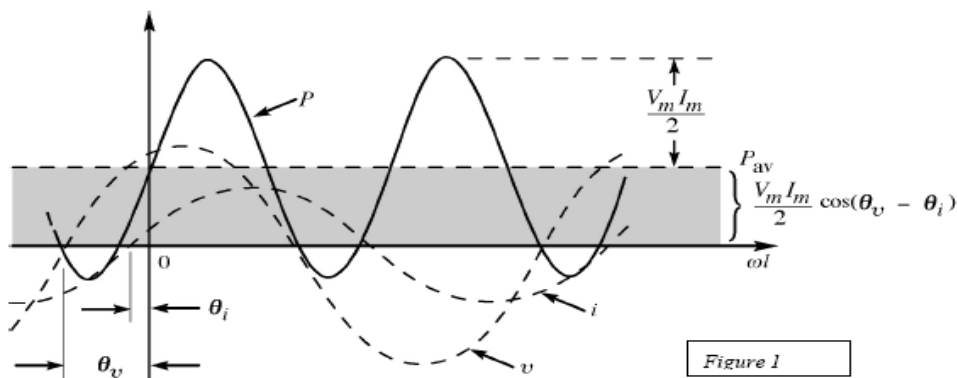
$$\text{Total harmonic distortion (THD)} = I_H/I_F$$

In the case of a distorted voltage,

The THD is given by:  $E_H/E_F$

From these expressions, it is seen that sinusoidal voltages and currents have a THD of zero.

The concept of power factor in the case of sinusoidal voltages and currents, relates to the real power, reactive power, and apparent power associated with a load consisting of resistance and reactance bringing about a direct phase shift between the voltage and current.



This concept is depicted in the above figure. For any load in a sinusoidal network, the voltage across the load and the current

through the load will vary in a sinusoidal nature. In the general case,

$$\begin{aligned} V &= V_m \sin(\omega t + \theta_v) \\ I &= I_m \sin(\omega t + \theta_i) \end{aligned}$$

Then the power is defined by

$$P = VI = V_m I_m \sin(\omega t + \theta_v) \sin(\omega t + \theta_i)$$

Using the trigonometric identity

$$\sin A \sin B = [\cos(A - B) - \cos(A + B)]/2$$

Now the product of I and V will result in a fixed value along with a time varying value of power so that

$$P = \underbrace{[(V_m I_m / 2) \cos(\theta_v - \theta_i)]}_{\text{Fixed value}} - \underbrace{[(V_m I_m / 2) \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]}_{\text{Time varying (function of time)}}$$

A plot of V, I, and P on the same set of axes is shown in the figure above.

note that the second factor in the preceding equation is a cosine wave with an amplitude of  $V_m I_m / 2$  and with a frequency twice that of the voltage or current. The average value of this term is zero over one cycle, producing no net transfer of energy in any one direction.

The first term in the preceding equation, however, has a constant magnitude (no time dependence) and therefore provides some net transfer of energy. This term is referred to as the **average power**, the reason for which is apparent from the figure above. The average power, or **real power** as it is sometimes called, is the power delivered to and dissipated by the load. It corresponds to the power calculations performed for dc networks. The angle  $(\theta_v - \theta_i)$  is the phase angle between V and I, since  $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ . *The magnitude of average power delivered is independent of whether V leads I or I leads V.* Defining  $\theta$  as equal to the difference between  $\theta_v$  and  $\theta_i$

$$P = (V_m I_m / 2) \cos \theta$$

Using effective values for V and I this would be

$$P = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \theta ,$$

in watts of real power delivered to and dissipated in a resistive load. For a purely resistive circuit, since  $V$  and  $I$  are in phase,  $|\theta_V - \theta_I| = 0^\circ = \theta$ , and  $\cos 0^\circ = 1$ , so that

$$P = (V_m I_m)/2 = V_{eff} I_{eff}$$

Since  $I_{eff} = V_{eff}/R$ ,

$$\text{then } P = (V_{eff})^2/R = (I_{eff})^2 R.$$

However, in a purely inductive circuit, we find that the voltage drop across the terminals of the inductor ( $L$ ) is given by  $V = L(di/dt)$ . It can be seen that induced voltage becomes a function of frequency, and  $V$  will lead  $I$  by  $90^\circ$ . Then

$$\theta_V - \theta_I = \theta = (-90^\circ) = 90^\circ$$

Therefore,  $P = (V_{eff} I_{eff}) \cos 90^\circ = (V_{eff} I_{eff}) (0) = 0$  watts

The average power or power dissipated by the ideal inductor (no associated resistance) is zero watts. Now in a purely capacitive circuit,  $I_c$  is given by  $I_c = C(dV/dt)$ . In this case  $I$  leads  $V$  by  $90^\circ$ , so  $\theta_V - \theta_I = \theta = (-90^\circ) = 90^\circ$  Therefore, as before

$$P = (V_{eff} I_{eff}) \cos(90^\circ) = 0 \text{ watts.}$$

The average power or power dissipated by the ideal capacitor (no associated resistance) is zero watts. In the equation  $P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$ , the factor that has significant control over the delivered power level is the  $\cos \theta$ . No matter how large the voltage or current, if  $\cos \theta = 0$ , the power is zero; if  $\cos \theta = 1$ , the power delivered is a maximum.

Since it has such control, the expression ' $\cos \theta$ ' is given the name *POWER FACTOR*.

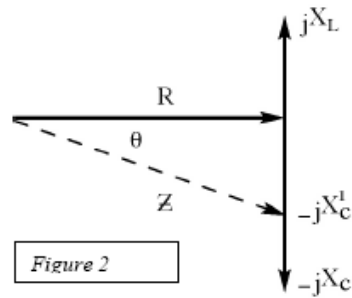
When the load is a combination of resistive and reactive elements, the power factor will vary between 0 and 1. If the current leads the voltage across the load, the load has a leading power factor. If the current lags the voltage across the load, the load has a lagging power factor.

In a circuit containing resistance and reactance, the product of the voltage and current is given the term 'APPARENT POWER', and is

represented symbolically by S

$$S = V I \text{ voltamperes (VA)}$$

Further, the combination of resistance, capacitive, and inductive reactance presents an IMPEDANCE  $Z = R \pm jX$ , where  $jX$  is the net reactance, depicted in the following figure:



The impedance Z is given by

$$Z = R - jX_{NET}$$

where

$$X_{NET} = -jX_C'$$

Z can be written as  $Z = \sqrt{R^2 - X^2}$ .

With Z, then,

$$V = I Z, \quad I = V/Z.$$

$$S = I^2 Z \text{ (VA)}, \quad S = (V^2/Z) \text{ (VA)}$$

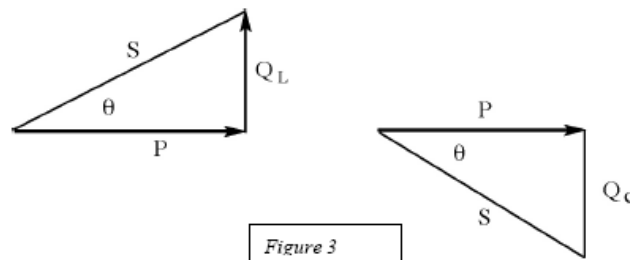
Noted earlier, the average power delivered to the load is  $P = V_{eff} I_{eff} \cos\theta$ .

However,  $S = V I$ , therefore,  $P = S \cos\theta$ . The power factor of a system is then given by  $\cos\theta = P/S$ , and is the ratio of the average (real) power to the apparent power.

It has been noted before that the net flow of power to the pure (ideal) inductor or capacitor is zero over a full cycle, and no energy is dissipated. The power absorbed or returned by the inductor or capacitor at any instant of time is called 'REACTIVE POWER', and is symbolized by 'Q'. Because of the 90° lagging or leading relationship,

$$Q = V I \sin\theta \text{ (Volt -ampere reactive, VAR)}$$

The three quantities AVERAGE POWER, APPARENT POWER, and REACTIVE POWER are related in a power triangle, depicted as follows:



Since the reactive power and the average power are always angled  $90^\circ$  to each other, the three powers are related by the Pythagorean theorem

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Within a system containing distributed resistance and reactance, when impressed with  $VI$  voltamperes, the resistance will always absorb and dissipate  $VI\cos\theta$  watts. However, the distributed reactance will store and source  $VI\sin\theta$  vars. So, effectively, a reactive load will really become a 'generator', and the reactive power  $Q$  will reflect and circulate throughout the network loop until it is dissipated in the distributed resistance, or returned ultimately to the utility power grid.

Referring now back to the equation relating the fixed value of  $P$  :

$$P_f = V_{eff} I_{eff} \cos(\theta_V - \theta_I) ,$$

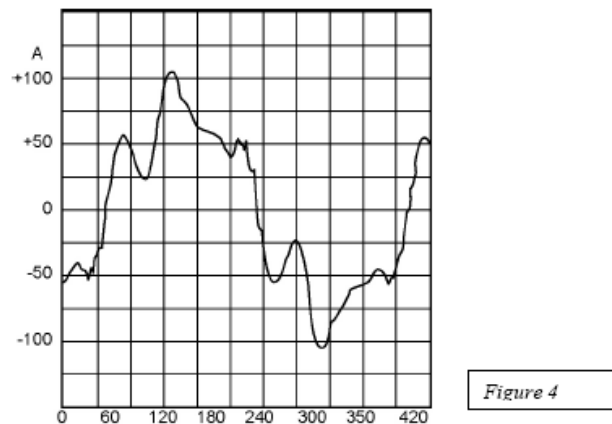
and the time-varying value of  $P$ :

$$P_{tv} = V_{eff} I_{eff} \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I) ,$$

we note that the complete expression for  $P$  is frequency sensitive. Voltages and currents in industry are often distorted. The distortion may be caused by magnetic saturation in the core of a transformer, by the switching action of thyristors, contactor switching, or any other non-linear load. A distorted wave is made up of a fundamental, related harmonics of the fundamental, and random high frequency noise produced by many coupled resonant waves

within the network.

Therefore, in the above expression for the time dependent power will result in a rather complicated value for power, depending on  $\cos(2\omega t)$ . So, based on this fact, the meaning of 'power factor' must be enlarged upon when distorted voltages and currents are present. The terms *Displacement Power Factor* and *Total Power Factor* are then used.



To illustrate *Displacement Power Factor*, note the figure above. This is a waveshape of a distorted 60 Hz current having an effective value of 62.5 A. The current contains the following components: fundamental (60 Hz): 59 A; 5th harmonic: 15.6 A; 7th harmonic: 10.3 A. Higher harmonics are also present but their amplitudes are small, totaling 8.66 A.

The waveshape depends not only on the frequency and amplitude of the harmonics but also on their angular position with respect to the fundamental. For the above current wave, the effective (or rms) value of all the harmonics is calculated to be:

$$I_H = \sqrt{I^2 - I_F^2} = \sqrt{(62.5)^2 - 59^2} = 20.6 \text{ A}$$

The total distortion factor is then calculated to be

$$\text{THD} = I_H / I_F = 20.6 / 59 = 0.349 = 34.9\%$$

The total effective value of the current in the circuit is:

$$\begin{aligned} I_T &= \sqrt{\{I_F^2 + (I_5)^2 + (I_7)^2 + (I_H)^2\}} \\ &= \sqrt{(59^2 + 15.6^2 + 10.3^2 + 8.66^2)} = 62.5 \text{ A} \end{aligned}$$

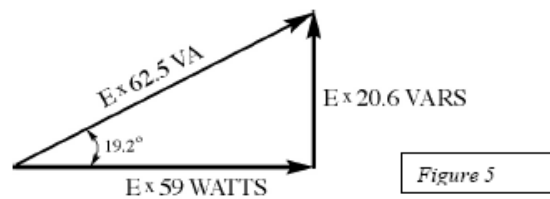


$$I_H = \sqrt{\{(IT)^2 - (160)^2\}} = 20.62 \text{ A}$$

Apparent power including high frequency components = E (62.5)  
VA

Reactive power including high frequency components = E (20.62)  
VARs

For this case, the phase angle will be arcs in  $(20.6/62.5) = 19.24^\circ$



The average or real power will then be

$$P = E (62.5) \cos 19.24^\circ = E (59) \text{ watts}$$

The power factor is 94.4 %, just based on high frequency effects alone.

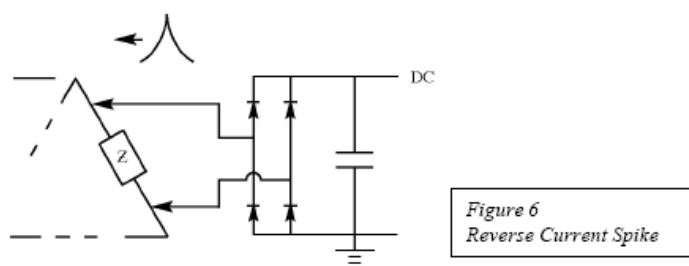
On the other hand, considering a network with the above high frequency content, there will be a fundamental frequency (60 Hz) power factor related to and dependent upon the magnitude of vars, derived from sinusoidal voltage and current applied to linear reactive loads.

For example, let's say the power factor on that basis happens to be 98%. When we depart from sinusoidal waveforms and go to waveforms having harmonic and high frequency content, then the vars magnitude increases, as shown above, and the term *displacement power factor* is involved.

It is important to know how a circuit responds to harmonics and high frequency noise. In linear circuits composed of resistance, inductance, capacitance, transformers, and rectifiers, the various harmonics and high frequency noise components act independently of each other. Multiple resonances will develop within the network and the resultant frequency spectrum appears as wideband noise. But it can still be evaluated in a Fourier spectrum analysis, and will show a multitude of spectral lines, almost converging into a continuous curve.

As an example of an industrial power factor control problem involving high frequency noise, consider the following:

With the advent of digitally controlled systems, variable speed drives, and other capacitor input loads, the power line typically looks into a network containing rectifiers followed by capacitors. The rectifier essentially functions as a means to charge the capacitor each half cycle as shown below:



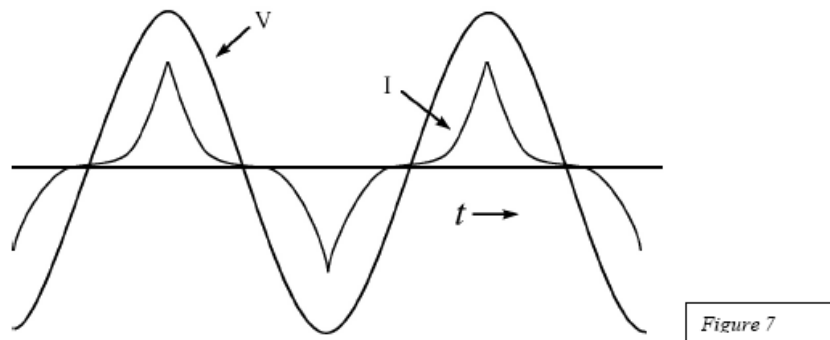
But when a voltage is applied across a capacitor, a large reverse current spike returns back through the rectifier, appearing as an addition to the line or branch current. A change in the branch or line current phasing or magnitude with respect to the line or branch voltage will have a ripple effect throughout the overall network.

The current spike travels back along the line and circulates in the loop.

Since the spike constitutes a relatively high bandwidth (i.e., high frequency noise) wave, it will resonate with the distributed inductance and capacitance along the line and with any other fixed component within the network. This brings about high frequency ringing, and thus substantial electrical noise.

From the source, looking back into the line connecting the capacitor-rectifier load, the current as a repetitive spike each half cycle forces the overall phase with respect to the voltage to essentially increase the magnitude of the vars. This results in an effective ring back of volt amperes on the line. The source then sees this as a reduction of power factor.

From the following figure, it can be seen that the percentage of high frequency content of current compared to that of the fundamental is relatively high.



By attenuating the sharpness of the current spike the effective power factor can be improved. It is most important to filter and absorb these anomalies.



2007.12  
(주) 도일코리아